



УДК 681.784

doi: 10.21685/2587-7704-2023-8-1-3



Open  
Access

RESEARCH  
ARTICLE

## Математические основы конструирования волоконно-оптического датчика угла поворота для диагностической системы челюстно-лицевых патологий

**Александр Михайлович Аксенов**

Пензенский государственный университет, Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40  
sandroaksyonov@gmail.com

**Татьяна Ивановна Мурашкина**

Пензенский государственный университет, Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40  
timurashkina@mail.ru

**Аннотация.** Исследование относится к направлению персонализированного медицинского обслуживания и посвящено конструированию волоконно-оптического датчика угла поворота. Целью исследования является создание математического описания волоконно-оптического датчика угла поворота для измерения асимметрий лица пациента. В работе использованы методы математического моделирования волоконно-оптического преобразователя угла поворота отражательного типа. Выведена функция преобразования измерительного преобразователя с учетом потерь светового потока на отражение. Входным параметром является угол поворота отражающей пластины в виде полуцилиндра, а выходным – интенсивность светового потока. На основании аналитического выражения функции преобразования построен ее график. Функция преобразования близка к линейной. По результатам статьи будет оформлен патент на полезную модель.

**Ключевые слова:** волоконно-оптический преобразователь, угол поворота, математическое моделирование, функция преобразования

**Финансирование:** исследование выполнено в рамках гранта Российского научного фонда и Кубанского научного фонда № 22-15-20069.

**Для цитирования:** Аксенов А. М., Мурашкина Т. И. Математические основы конструирования волоконно-оптического датчика угла поворота для диагностической системы челюстно-лицевых патологий // Инжиниринг и технологии. 2023. Т. 8 (1). С. 1–7. doi: 10.21685/2587-7704-2023-8-1-3

## Mathematical basis for the design of a fiber-optic rotational angle sensor for the diagnostic system of maxillofacial pathologies

**Alexandr M. Aksyonov**

Penza State University, 40 Krasnaya Street, Penza, Russia  
sandroaksyonov@gmail.com

**Tatyana I. Murashkina**

Penza State University, 40 Krasnaya Street, Penza, Russia  
timurashkina@mail.ru

**Abstract.** The research refers to the direction of personalized medical care and is devoted to the design of a fiber-optic angle sensor. The aim of the work is a mathematical description of a diagnostic system for maxillofacial pathologies. Materials and methods. This article uses methods of mathematical modeling of fiber-optic angle-of-view transducer of reflective type. Modeling was performed in the program MathCad15. The conversion function of the measuring transducer, taking into account the luminous flux loss on reflection, is derived. The input parameter is the angle of rotation of the reflecting plate in the form of a half-cylinder, and the output parameter is the intensity of the light flux. Based on the analytical expression of the conversion function, its



graph is plotted. The transformation function is close to linear. The developed model can be used in fiber-optic angle of rotation sensors for diagnostic systems of maxillofacial pathologies. Based on the results of the article, a utility model patent will be issued.

**Keywords:** fiber optic converter, rotation angle, mathematical modeling, conversion function

**Financing:** the research was carried out under the grant of the Russian Science Foundation and the Kuban Science Foundation № 22-15-20069.

**For citation:** Aksyonov A.M., Murashkina T.I. Mathematical basis for the design of a fiber-optic rotational angle sensor for the diagnostic system of maxillofacial pathologies. *Inzhiniring i tekhnologii = Engineering and Technology*. 2023;8(1):1–7. (In Russ.). doi: 10.21685/2587-7704-2023-8-1-3

## Введение

Ученые различают несколько видов челюстно-лицевых патологий (ЧЛП), вызванных аномалиями костных структур, мышечных и хрящевых тканей, а также онкологическими заболеваниями [1]. Причинами таких аномалий могут быть поражения височно-челюстных суставов, заболевания и травмы или генетические поражения лицевого нерва. Природа некоторых заболеваний, являющихся причиной ЧЛП, до сих пор неизвестна.

В табл. 1 приведена шкала House – Brackmann для выявления дисфункции лицевого нерва [2].

Таблица 1

Шкала House – Brackmann для выявления дисфункции лицевого нерва

1. Норма	Функция лицевого нерва не измерена
2. Легкая дисфункция	Умеренная слабость ММ при тщательном осмотре. Едва заметные синкинезии. Полное закрывание глаза при минимальном усилии, легкая асимметрия рта при улыбке
3. Умеренная дисфункция	Выраженная асимметрия. Заметные синкинезии, могут быть контрактуры, спазмы. Невозможность полностью поднять бровь. Полное закрывание глаза, умеренная асимметрия рта при улыбке
4. Средняя степень дисфункции	Выраженная асимметрия, явная в покое. Невозможность поднять бровь. Неполное закрывание глаза. Асимметрия рта. Выраженные синкинезии, спазмы
5. Выраженная дисфункция	Движения на пораженной стороне едва заметны. Невозможность закрыть глаз. Слабые движения углом рта. Синкинезии, контрактуры и спазмы обычно отсутствуют
6. Тотальная дисфункция	Полное отсутствие движений, снижение мышечного тонуса, отсутствие синкинезии, контрактур, спазмов

Из табл. 1 видно, что степень дисфункции лицевого нерва определяется довольно грубо – «на глаз».

Стоит задача повышения достоверности определения ЧЛП путем внедрения в медицинскую практику диагностических систем на основе современных безопасных средств измерений, в частности волоконно-оптических [3, 4].

Диагностическая система, включающая в себя волоконно-оптический датчик угла поворота (ВОДУП), позволит проводить точные измерения отклонений положения антропометрических точек лица от нормального (как линейных, так и угловых) и систематизировать ЧЛП в зависимости от линейных и угловых отклонений конкретной точки лица.

Для разработки ВОДУП, отвечающего требованиям волоконно-оптических систем диагностики ЧЛП, необходимо определить конструктивные параметры его микро-оптико-механической системы (МОМС), обеспечивающей требуемый диапазон измерений, линейную функцию преобразования, высокую точность измерений.



### Материал и методы исследования

Для достижения поставленной цели необходимо вывести функцию преобразования (ФП) МОМС ВОДУП, связывающую интенсивность светового потока, поступающего на приемник излучения по отводящему оптическому волокну (ООВ) с начальным значением светового потока, поступающего от источника излучения в зону измерения по подводящему оптическому волокну (ПОВ). Затем на основе численного моделирования подобрать такие параметры МОМС, как апертурный угол, диаметр сердцевины оптического волокна, конструктивные параметры оптического модулирующего элемента (ОМЭ), расстояние от торцов оптических волокон до ОМЭ, межосевое расстояние ПОВ и ООВ, – которые обеспечивают предъявляемые требования.

### Результаты математического моделирования

На рис. 1 представлена схема, поясняющая ход оптических лучей от ПОВ до ОМЭ и отраженных от ОМЭ лучей до ООВ.

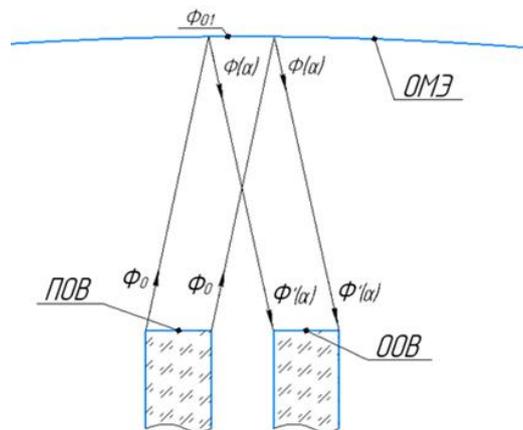


Рис. 1. Схемы преобразования потоков в ВОДУП

Световой поток  $\Phi_0$ , исходящий из ПОВ, падает на ОМЭ, освещая его световым потоком  $\Phi_{01}$ . В результате от экрана отражается световой поток  $\Phi(\alpha)$ . На торец ООВ падает световой поток  $\Phi'(\alpha)$ . Потоки  $\Phi_0$  и  $\Phi_{01}$ , а также  $\Phi(\alpha)$  и  $\Phi'(\alpha)$  не равны вследствие кривизны экрана.

Определение зависимости интенсивности светового потока, освещающего экран, от начального светового потока.

Поверхность, через которую переносится начальный световой поток, освещая экран, вырождается в эллипс с большой полуосью  $R_3$  и малой  $d_c$ .

Докажем, что световые потоки  $\Phi_0$  и  $\Phi_{01}$  можно считать равными.

Их соотношение подчиняется выражению

$$\frac{\Phi_0}{\Phi_{01}} = k(x) \frac{S_0}{S(\alpha)} = k(x) \frac{d_c}{2R_3}, \quad (1)$$

где  $S_0$  – площадь поверхности, через которую переносится световой поток  $\Phi_0$ ;  $S(\alpha)$  – площадь поверхности с учетом кривизны экрана, зависящая от  $\alpha$ ;  $k(x)$  – коэффициент передачи тракта «ПОВ – ОМЭ».

Используя формулы для нахождения длины хорды ( $d_c$ ) и длины дуги ( $2R_3$ ) окружности радиусом  $R$ , получаем

$$R_3 = \frac{\pi R \arcsin\left(\frac{d_c}{2R}\right)}{180}. \quad (2)$$

Из выражений (1) и (2) следует, что

$$\frac{S_0}{S(\alpha)} = \frac{90d_c}{\pi R \arcsin\left(\frac{d_c}{2R}\right)}. \quad (3)$$



Подставляя в формулу (3) значения параметров МОМС (диаметр ПОВ и ООВ  $d_c = 0,2$  мкм, апертурный угол  $\theta_{NA} = 12^\circ$ , радиус кривизны пластины  $R = 31,1$  мм, расстояние от плоскости торцов ОВ до экрана  $x = 1,2$  мм), получаем число  $0,999998277$ . Это значит, что  $\Phi_0$  можно принять равным  $\Phi_{01}$ .

Определение зависимости интенсивности светового потока, падающего на экран, от угла поворота экрана.

При повороте экрана меняется условие отражения светового потока. Найдем функцию  $\Phi(\alpha)$  от угла поворота  $\alpha$  экрана.

Площадь поверхности  $S_{отр}$  ОМЭ, отражающей световой поток  $\Phi_0$ , определяется выражением

$$S_{отр}(\alpha) = \frac{(d_c)^2}{8} (\gamma(\alpha) - \sin(\gamma(\alpha))), \quad (4)$$

где  $\gamma(\alpha)$  – функция зависимости угла между радиусами, образующими фигуру площадью  $S_{отр}$ , от  $\alpha$ .

Из геометрических соображений вытекает

$$\gamma(\alpha) = \pi - 2 \arcsin \left( 2 \frac{\sqrt{\left(\frac{\pi R \alpha}{180}\right)^2 + \frac{d_c^2}{4}}}{d_c} \sin \left( \operatorname{atan} \left( \frac{90 d_c}{\pi R \alpha} \right) - \operatorname{atan} \left( \frac{d_c}{\pi R} \right) \right) \right). \quad (5)$$

Подставим выражение (5) в уравнение (4). Получим

$$S_{отр}(\alpha) = \frac{(d_c)^2}{8} \left( \pi - 2 \arcsin \left( 2 \frac{\sqrt{\left(\frac{\pi R \alpha}{180}\right)^2 + \left(\frac{d_c}{2}\right)^2}}{d_c} \sin \left( \operatorname{arctg} \left( \frac{90 d_c}{\pi R \alpha} \right) - \operatorname{arctg} \left( \frac{d_c}{\pi R} \right) \right) \right) - \sin \left( \pi - 2 \arcsin \left( 2 \frac{\sqrt{\left(\frac{\pi R \alpha}{180}\right)^2 + \left(\frac{d_c}{2}\right)^2}}{d_c} \sin \left( \operatorname{arctg} \left( \frac{90 d_c}{\pi R \alpha} \right) - \operatorname{arctg} \left( \frac{d_c}{\pi R} \right) \right) \right) \right) \right). \quad (6)$$

На рис. 2 приведен график зависимости отношения светового потока, отраженного от экрана, от угла поворота экрана (в соответствии с выражением (1)).

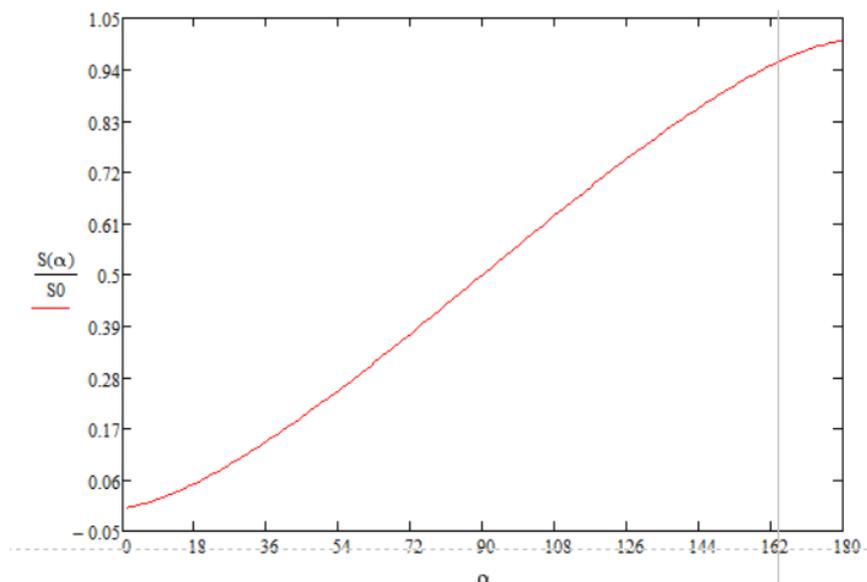


Рис. 2. График зависимости отношения СП, отраженного от экрана, к СП от угла поворота экрана



Определение зависимости светового потока, освещающего приемный торец ООВ, от угла поворота экрана.

Кривизна экрана не позволяет приравнять световые потоки  $\Phi(\alpha)$  и  $\Phi'(\alpha)$ . Площадь поверхности, через которую переносится световой поток  $\Phi(\alpha)$ , уменьшается по направлению к торцу ООВ. Это площадь в плоскости ООВ представляет собой эллипс с большой осью, равной  $d_c$ , и малой полуосью –  $R_M(x)$  (рис. 3):

$$2R_M(x) = d_c - \frac{\left( 2x \operatorname{tg} \left( 90 - \arcsin \frac{d}{2R} \right) - d_c \right) \sin \left( 4 \arcsin \frac{d_c}{2R} \right)}{2 \operatorname{tg} \left( 90 - \arcsin \frac{d_c}{2R} \right) \cos \left( \theta_{NA} - 2 \arcsin \frac{d_c}{2R} \right) \sin \left( (90 + \theta_{NA}) - 6 \arcsin \frac{d_c}{2R} \right)} \quad (7)$$

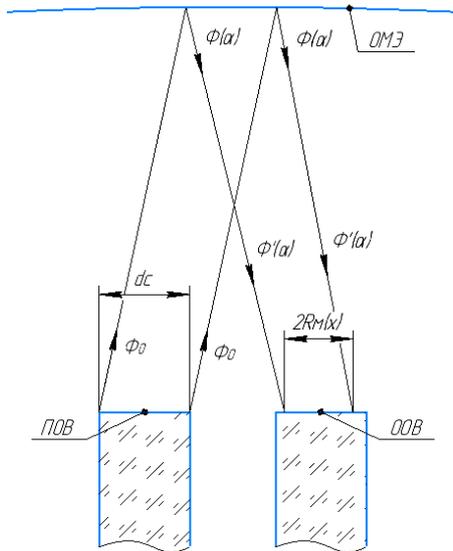


Рис. 3. Схема хода световых лучей в МОМС

На рис. 4, приведен график функции (7), построенный в программе MathCad15 в результате моделирования при следующих параметрах: диаметр ПОВ и ООВ  $d_c = 0,2$  мкм, апертурный угол  $\theta_{NA} = 12^\circ$ , радиус кривизны пластины  $R = 31,1$  мм.

Как видно из графика, при удалении торца ООВ от экрана малая полуось  $R_M$  линейно уменьшается, а значит, уменьшается и световой поток  $\Phi'(\alpha)$ . При трассировке получено, что при значениях  $x$  от 0,8 до 1,2 мм значения  $2R_M$  находятся примерно в интервале (0,186...0,180) мм (см. рис. 4). В данном случае кривизной экрана пренебречь уже нельзя.

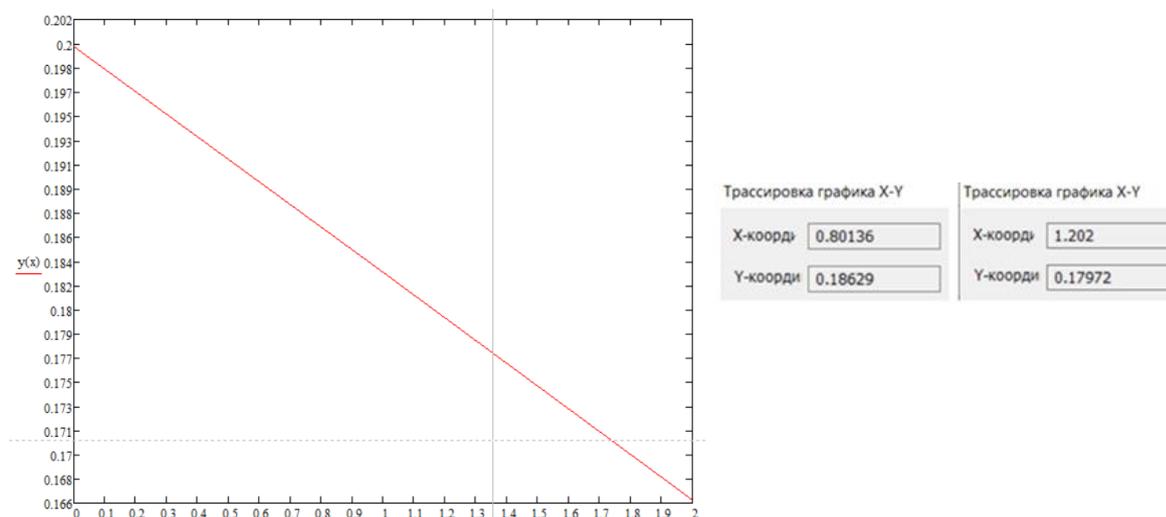


Рис. 4. График зависимости  $2R_M$  (на графике  $y(x)$  по оси ординат) от  $x$  (на графике по оси абсцисс)



Так как эллипс получается путем искажения окружности в  $n$  раз, то отношение светового потока  $\Phi'(\alpha)$  к  $\Phi(\alpha)$  определится выражением

$$\frac{\Phi'(\alpha)}{\Phi(\alpha)} = nk'(x) \frac{S'(\alpha)}{S_{\text{отр}}(\alpha)} = nk'(x) \frac{2R_M}{d_c}, \quad (8)$$

где  $k'(x)$  – коэффициент передачи тракта «ОМЭ – ООВ».

Значит площадь поверхности  $S'(\alpha)$ , через которую переносится СП  $\Phi'(\alpha)$  будет определяться выражением

$$S'(\alpha) = \frac{2R_M d_c}{8} \left( \pi - 2 \arcsin \left( 2 \frac{\sqrt{\left(\frac{\pi R \alpha}{180}\right)^2 + \left(\frac{d_c}{2}\right)^2}}{d_c} \sin \left( \arctg \left( \frac{90 d_c}{\pi R \alpha} \right) - \arctg \left( \frac{d_c}{\pi R} \right) \right) \right) - \right. \\ \left. - \sin \left( \pi - 2 \arcsin \left( 2 \frac{\sqrt{\left(\frac{\pi R \alpha}{180}\right)^2 + \left(\frac{d_c}{2}\right)^2}}{d_c} \sin \left( \arctg \left( \frac{90 d_c}{\pi R \alpha} \right) - \arctg \left( \frac{d_c}{\pi R} \right) \right) \right) \right) \right). \quad (9)$$

На рис. 5 приведены графики зависимостей  $\Phi(\alpha)$  и  $\Phi'(\alpha)$  (в соответствии с выражением (8)).

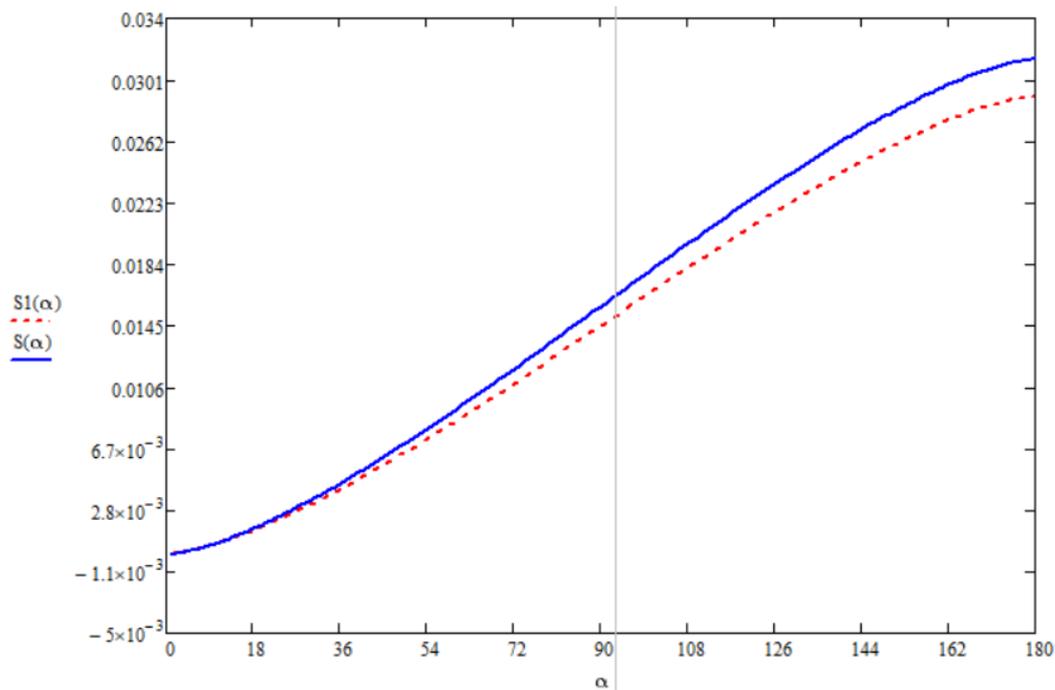


Рис. 5. График функции  $\Phi(\alpha)$  (сплошная кривая на графике) и график функции  $\Phi'(\alpha)$  (штриховая кривая на графике)

График функции  $\Phi'(\alpha)$  располагается мультипликативно ниже графика функции  $\Phi(\alpha)$ . Это происходит потому, что СП  $\Phi'(\alpha)$  меньше светового потока  $\Phi(\alpha)$  вследствие кривизны экрана.

### Заключение

Настоящее исследование посвящено математическому конструированию ВОДУП для диагностических систем ЧЛП.

В ходе работы была выведена функция преобразования МОМС ВОДУП. Был рассмотрен ход лучей от ПОВ до ООВ, учтены и промоделированы в программе MathCad15 математические



параметры МОМС, влияющие на распределение светового потока в системе, построены соответствующие графики. Полученные результаты будут использованы при конструировании ВОДУП.

### Список литературы

1. Гуйтер О. С., Митин Н. Е., Устюгова А. Е., Сорокина М. А. Этиологические факторы, способствующие возникновению дефектов и деформаций челюстно-лицевой области // Наука молодых. 2015. № 4. С. 91–97.
2. House J. W., Brackmann D. E. Facial nerve grading system // *Otolaryngol Head Neck Surg.* 1985. Vol. 93 (2). P. 146–147. doi: 10.1177/019459988509300202
3. Бадеева Е. А., Мурашкина Т. И., Серебряков Д. И. [и др.]. Волоконно-оптическая диагностическая система аномалий челюстно-лицевой области на основе датчиков давления // Современные нейрокибернетические технологии в реабилитации и развитии когнитивных способностей человека : материалы V Междунар. конф. (СНТРЧ-2020), Московский государственный гуманитарно-экономический университет (МГГЭУ) 26–27 ноября 2020 г. М., 2020. С. 90–95.
4. Кукушкина А. Н., Мурашкина Т. И., Бадеева Е. А. [и др.]. Модернизированный волоконно-оптический датчик угла наклона для определения патологий челюстно-лицевой области // Инновационные информационные и коммуникационные технологии: сб. тр. XIX Междунар. науч.-практ. конф. М., 2022.

### References

1. Guyter O.S., Mitin N.E., Ustyugova A.E., Sorokina M.A. Etiological factors contributing to the occurrence of defects and deformations of the maxillofacial region. *Nauka molodykh = The science of the young.* 2015;(4):91–97. (In Russ.)
2. House J.W., Brackmann D.E. Facial nerve grading system. *Otolaryngol Head Neck Surg.* 1985;93(2):146–147. doi: 10.1177/019459988509300202
3. Badeeva E.A., Murashkina T.I., Serebryakov D.I. et al. Fiber-optic diagnostic system of maxillofacial anomalies based on pressure sensors. *Sovremennye neyrokiberneticheskie tekhnologii v reabilitatsii i razvitiu kognitivnykh sposobnostey cheloveka: materialy V Mezhdunar. konf. (SNTRCh-2020), Moskovskiy gosudarstvennyy gumanitarno-ekonomicheskiy universitet (MGGEU) (26–27 noyabrya 2020 g.) = Modern neurocybernetic technologies in the rehabilitation and development of human cognitive abilities : materials of the V International Conference (SNTRCH-2020).* Moscow, 2020:90–95. (In Russ.)
4. Kukushkina A.N., Murashkina T.I., Badeeva E.A. et al. Upgraded fiber-optic tilt angle sensor for detecting maxillofacial region pathologies. *Innovatsionnye informatsionnye i kommunikatsionnye tekhnologii: sb. tr. XIX Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. = Innovative information and communication technologies: collection of works XIX International Scientific and Practical Conference.* Moscow, 2022. (In Russ.)

Поступила в редакцию / Received 03.04.2023

Поступила после рецензирования и доработки / Revised 08.05.2023

Принята к публикации / Accepted 27.05.2023