



Квантовый размерный эффект и квантовое туннелирование с диссипацией как основа представлений современной наноэлектроники. Часть I. Классические и квантовые размерные эффекты

В. Д. Кревчик

Пензенский государственный университет, Россия, 440026 г. Пенза, ул. Красная, 40

Аннотация. Современная наноэлектроника – бурно развивающееся направление физики конденсированного состояния, которое изучает электронные процессы в пространстве наномасштабов, где существенную роль начинают играть квантовые эффекты. Одним из таких эффектов является квантовый размерный эффект, лежащий в основе физики электронных процессов в полупроводниковых наноструктурах, а также эффекты диссипативного туннелирования, определяющие перспективы создания нового поколения квантовых приборов. Этим двум эффектам – квантовому размерному эффекту и диссипативному квантовому туннелированию – посвящен настоящий обзор. Данный обзор включает как основные результаты пионерских работ в этом направлении, так и ряд наиболее значимых результатов, полученных авторами обзора.

Ключевые слова: квантовый размерный эффект, квантовые ямы, сверхрешетки, квантовые проволоки, квантовые точки.

Сегодня примерно 70 % научных работ в области физики полупроводников посвящено исследованию электронных процессов в низкоразмерных системах.

В чем привлекательность таких систем? В первую очередь в том, что в них при определенных условиях имеет место так называемый квантовый размерный эффект (КРЭ). Последний наряду с известным эффектом Джозефсона представляет собой проявление квантовых свойств квазичастиц на макроуровне. Вообще под термином «размерные эффекты» понимают зависимость какой-либо характеристики полупроводника от его геометрических размеров. При этом природа изменения свойств полупроводника определяется характерной физической длиной, с которой сравниваются размеры образца. В тех случаях, когда роль характерной физической длины выполняют такие классические величины, как длина свободного пробега, длина диффузии, длина экранирования и т.д., размерные эффекты, соответственно, называют классическими. В этом случае энергетический спектр квазичастиц не изменяется, однако кинетические свойства существенно зависят от особенностей поведения квазичастиц вблизи границ полупроводникового образца.

В случае, когда характеристической длиной служит длина волны де-Бройля носителей заряда, имеет место КРЭ. В результате поперечное движение носителей заряда становится квантованным, энергетический спектр и все кинетические характеристики кардинально меняются.

Начало пристальному теоретическому исследованию КРЭ положено в 1953 г. работами школы Лифшица [1–3]. В этом цикле работ создана теория осцилляций термодинамических характеристик тонких слоев металла. Однако в металлах длина волны де-Бройля порядка периода кристаллической решетки. Поэтому в реальных металлических пленках, содержащих достаточно много атомных слоев, КРЭ проявляется слабо и носит характер поправок к свойствам массивных образцов. Иная ситуация имеет место в полупроводниковых и полуметаллических пленках, так как в этом случае длина волны

де-Бройля носителей заряда может на несколько порядков превышать межатомное расстояние. Следует отметить, что КРЭ в полупроводниковых и полуметаллических пленках проявляется не совсем одинаково. В полуметаллических пленках, как правило, имеет место вырождение носителей заряда. Поэтому в полуметаллических пленках хорошо проявляются осцилляционные эффекты. В пленках полупроводников для наблюдения осцилляционных эффектов необходим высокий уровень легирования, что приводит к уменьшению подвижности носителей. С другой стороны, большое разнообразие полупроводниковых материалов делает возможным более широкий выбор пленок с необходимыми параметрами, чем в случае полуметалла. КРЭ, будучи редкостным проявлением на макроуровне квантовых свойств вещества, дает возможность создавать приборы с уникальными свойствами: микроэлектронные усилители, фотоприемники, переключающие элементы, анализаторы спектра, генераторы монохроматических фононов, перестраиваемые лазеры и т.д. Вероятно, именно КРЭ станет естественным пределом миниатюризации полупроводниковых приборов в XXI в.

Эволюция физики и технологии низкоразмерных систем такова, что основными объектами исследований становятся все в большей степени не размерно-квантованные пленки, как 30 лет назад, не отдельные квантовые ямы и квантовые нити, как 10 лет назад, а сложные гетероструктуры с квантовыми ямами, нитями и точками [4].

В этом разделе мы обращаемся к истокам этой эволюции. С одной стороны, это исторически справедливо, а с другой – является первым необходимым шагом в мезоскопику конденсированного состояния.

Идеальный кристалл – это одна из тех абстракций, посредством которых можно значительно упростить математическое описание протекающих в нем электронных процессов. Реальные кристаллы всегда имеют конечные размеры, связанные с наличием границ раздела фаз, что приводит к существенному отличию физических свойств конечного кристалла от бесконечного. Это отличие особенно резко возрастает при уменьшении размеров образца. И дело здесь не только в самом изменении геометрических размеров, а прежде всего в том, что физика электронных явлений в полупроводниках определяется некоторыми характеристическими длинами, такими как: длина диффузии неосновных носителей заряда L_d (L_d – среднее расстояние, на которое смещаются, например, неравновесные дырки при диффузии за время, равное времени их жизни), длина экранирования L_s (L_s – среднее расстояние, на которое смещаются избыточные носители заряда за время, равное максвелловскому времени релаксации), длина свободного пробега $L_{n,p}$ ($L_{n,p}$ – среднее расстояние, проходимое носителем между двумя столкновениями), длина волны де-Бройля. Как только размеры кристалла или толщина полупроводникового слоя достигают величины, сравнимой с той или другой характеристической длиной, соответствующее физическое явление становится поверхностно-чувствительным, а его закономерности претерпевают большие изменения вследствие включения определенного механизма влияния поверхности. На рис. 1.1 приведена схема включения таких механизмов в зависимости от толщины L пластинки кремния, находящейся при комнатной температуре.

С уменьшением L первой характеристической длиной, с которой сравнивается толщина пластинки, будет длина диффузии неосновных носителей заряда L_d , которая в хорошо очищенном кремнии составляет $10^{-2} \div 10^{-1}$ см. В результате включится механизм поверхностной рекомбинации электронно-дырочных пар, что приведет к существенному уменьшению их времени жизни – кривая (τ). При дальнейшем уменьшении L до $10^{-4} \div 10^{-3}$ см толщина пластинки будет сравнимой с длиной экранирования L_s . При этом в зависимости от знака изгиба зон может увеличиться или уменьшиться средняя по толщине равновесная концентрация носителей заряда – кривые (n , p). В этой же области толщин $\sim 10^{-4}$ см включается и механизм поверхностного остывания горячих носителей заряда. Дополнительная энергия горячих носителей, связанная с изменением их «температуры» ΔT , будет значительно уменьшаться, в результате чего существенно изменятся закономерности разогрева носителей заряда в сильных импульсных полях – кривая (ΔT). Далее при L , сравнимых с длиной пробега $L_{n,p} \sim 10^{-6} \div 10^{-5}$ см, включается механизм дополнительного поверхностного рассеяния, что приведет к уменьшению эффективной подвижности носителей заряда – кривая ($\mu_{n,p}$).

Рассмотренные выше изменения электрофизических свойств кремния имеют место тогда, когда толщина пластинки становится сравнимой с какой-либо длиной, характеризующей носители заряда как классические частицы. При этом их энергетический спектр остается таким же, как и в массивных кристаллах. Однако когда L оказывается порядка де-бройлевской длины волны λ_D , включается механизм квантования уровней в узких потенциальных ямах и энергетический спектр носителей из квазинепрерывного превращается в дискретный, причем плотность уровней ρ_E вблизи дна разрешенной

зоны существенно понижается – кривая (ρ_E) . В результате возникает ряд качественно новых эффектов, не наблюдаемых в массивных кристаллах и называемых квантовыми размерными эффектами.

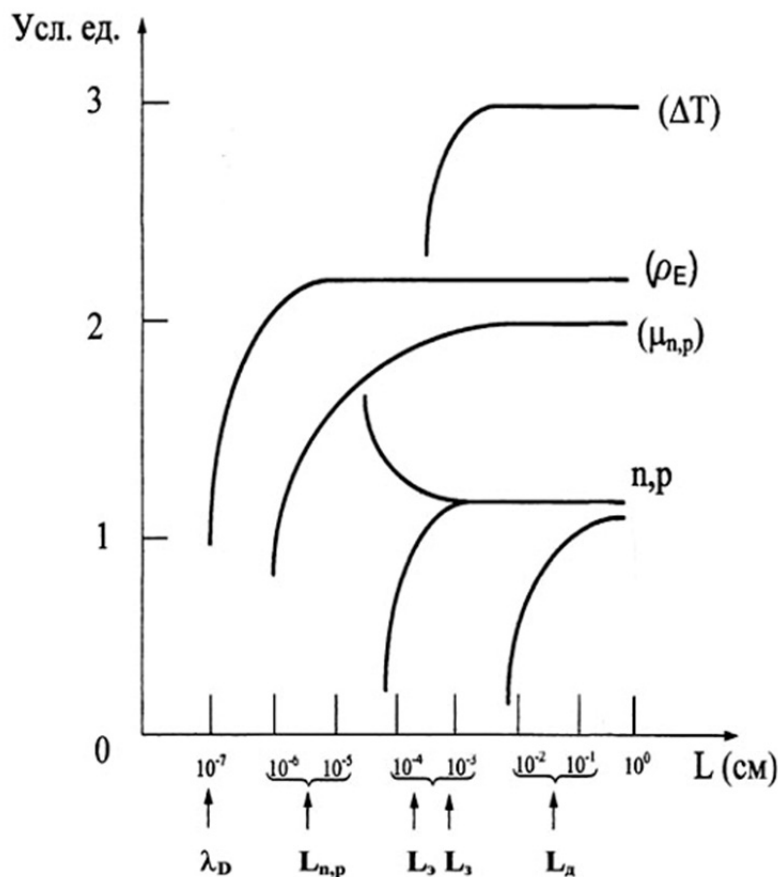


Рис. 1.1. Схема включения различных механизмов влияния поверхности на электронные явления в кремнии в зависимости от толщины кристалла L

Следует отметить, что в других полупроводниках будут наблюдаться аналогичные закономерности включения механизмов влияния поверхности с той лишь разницей, что характеристические длины могут существенно изменяться (на порядки величин) и в значительной степени зависеть от температуры, степени легирования и совершенства кристаллической структуры.

Удобным объектом для исследования КРЭ могут быть тонкие полупроводниковые пленки (ТПП), получаемые, например, методом импульсного испарения [5], а также приповерхностные инверсионные каналы в структурах металл - диэлектрик - полупроводник (МДП) [6, 35].

Рассмотрим квантование энергетического спектра носителей заряда в тонких полупроводниковых пленках (полупроводниковых квантовых ямах (КЯ)). ТПП представляет пример ограниченной среды. Это обстоятельство накладывает существенный отпечаток на свойства квазичастиц.

Из-за ограниченности ТПП в направлении z , перпендикулярном ее поверхности, при $L \sim \lambda_D$ проекция квазиимпульса и волнового вектора на это направление в такой системе становится неопределенной. Действительно, из соотношения неопределенностей Гейзенберга $\Delta p_z \cdot L \sim \hbar$ для квазиимпульса p_z и сопряженной ему координаты z следует, что квазиимпульс носителя заряда будет определен с точностью до $\Delta p_z \sim \hbar/L$. Поэтому энергия электрона или дырки в ТПП определяется проекциями квазиимпульса $\hbar \cdot \kappa_x$ и $\hbar \cdot \kappa_y$ в плоскости параллельной поверхности и дискретным квантовым числом n вместо $p_z = \hbar \cdot \kappa_z$: $E = E(\vec{k}, n)$. Продольные проекции квазиимпульса или волнового вектора (κ_x и κ_y) определяют двумерную зону Бриллюэна. В предположении квадратичного закона дисперсии, если центр зоны Бриллюэна находится в точке $\vec{k} = 0$, энергетический спектр носителей заряда имеет вид

$$E_{\vec{k},n} = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_1^*} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_2^*} + E_n, \quad (1.1)$$

где m_1^* и m_2^* – компоненты тензора эффективной массы в направлениях x и y в плоскости ТПП соответственно; E_n – энергия дна подзоны с номером n . При фиксированном квантовом числе n совокупность непрерывного ряда значений κ_x и κ_y определяет непрерывный ряд значений энергии, который называют подзоной. Если энергетическое расстояние между соседними подзонами $E_{n+1} - E_n$ меньше ширины подзоны, то соседние подзоны перекрываются. Исключение составляют самые нижние подзоны в специальных условиях, о которых речь пойдет ниже. Таким образом, энергетический спектр носителей заряда в ТПП с толщиной $L \sim \lambda_D$ квазидискретен и состоит из обычно перекрывающихся подзон.

Количественный расчет энергий электронных состояний требует задания модели потенциала $U(z)$ внутри ТПП и, что особенно сложно, граничных условий. В качестве модели потенциала ТПП обычно рассматривается прямоугольный потенциальный «желоб с плоским дном» и бесконечно высокими стенками. Если направить ось z по нормали к ТПП, то потенциал ТПП аппроксимируется следующим образом:

$$U(z) = \begin{cases} \infty, & \text{если } z < 0 \\ 0, & \text{если } 0 \leq z \leq L, \\ \infty, & \text{если } z > L, \end{cases} \quad (1.2)$$

где $U(z)$ – функция, описывающая распределение потенциала вдоль оси z . При этом предполагается, что в плоскости x, y ТПП имеет неограниченные размеры и $U(x, y) = \text{const}$.

Задача о движении частицы в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими «стенками» рассматривается во многих учебниках по квантовой механике (см. например [7]). Уровни энергии E_n и ортонормированные волновые функции $\Phi_n(z)$ стационарных состояний частицы в такой яме имеют вид

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2m_3^* L^2}, \quad (1.3)$$

$$\Phi_n(z) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{\pi n z}{L}, \quad (1.4)$$

здесь m_3^* – эффективная масса в направлении z . Тогда одноэлектронные нормированные волновые функции и энергетический спектр носителей заряда для заданного распределения потенциала в пленке запишутся как

$$\Psi_{\vec{k}, n}(\vec{\rho}, z) = \sqrt{\frac{1}{L_x L_y}} e^{i\vec{k}\cdot\vec{\rho}} \Phi_n(z), \quad (1.5)$$

$$E_{\vec{k}, n} = \frac{\hbar^2 \kappa^2}{2m_{1,2}^*} + \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2m_3^* L^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (1.5)$$

где L_x и L_y – нормированные длины в плоскости (x, y) , $\vec{\rho} = (x, y)$ – двумерный вектор, $m_{1,2}^* = m_1^* = m_2^*$. Из выражения (1.6) видно, что энергетический спектр разбивается на ряд подзон (рис. 1.2), характеризующихся фиксированным значением дискретного квантового числа n .

Отличительной особенностью спектра является наличие минимальной (относительно нулевой энергии макроскопического кристалла) энергии $E_1 = \pi^2 \hbar^2 / (2m_3^* L^2)$. Сдвиг дна зоны проводимости и одновременно потолка валентной зоны на величину порядка E_1 приводит к изменению ширины запрещенной зоны в зависимости от толщины пленки L . Если энергия электрона отсчитывается от потолка валентной зоны (в массивном кристалле), то за счет размерного квантования ширина запрещенной зоны пленки возрастет на величину ΔE_g , равную

$$\Delta E_g = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_{3C}^* L^2} + \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_{3V}^* L^2}, \quad (1.7)$$

где m_{3C}^* и m_{3V}^* – поперечные составляющие эффективной массы электрона в зоне проводимости и в валентной зоне соответственно. Так, например, для пленки InSb, толщиной 100 нм, $m_{3C}^* = 0,013m_0$,

сдвиг края зоны проводимости составляет $\sim 3 \cdot 10^{-3}$ эВ, а при толщине 10 нм $\sim 3 \cdot 10^{-1}$ эВ. Увеличение ширины запрещенной зоны размерно-квантованной полупроводниковой пленки (полупроводниковой КЯ) выразится в сдвиге края полосы фундаментального поглощения в коротковолновую область, причем сдвиг пропорционален L^2 . Таким образом, ситуация аналогична той, которая имеет место в полупроводнике, помещенном в квантующее магнитное поле. В этом случае эффекты циклотронного резонанса и магнетопоглощения объясняются расщеплением разрешенных энергетических зон на уровни Ландау.

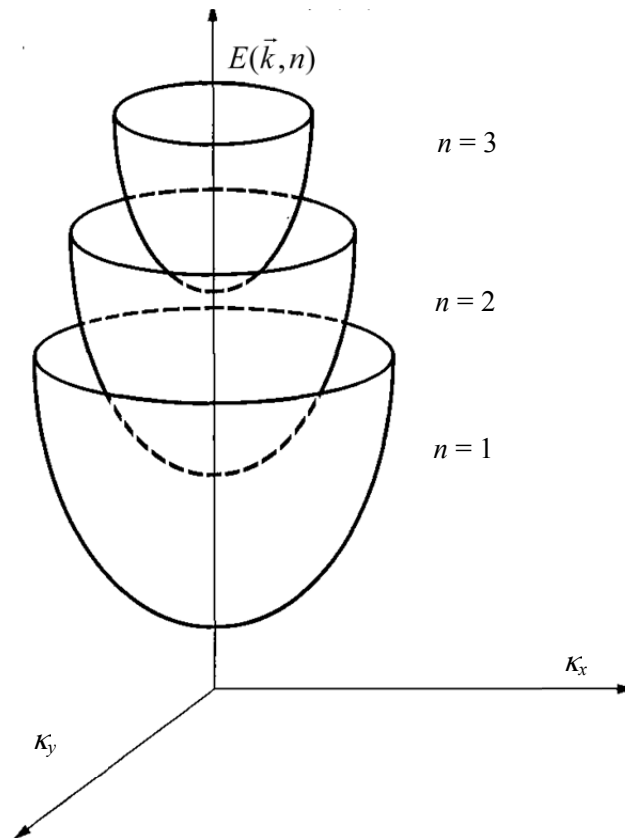


Рис. 1.2. Квазидискретный спектр электронов в размерно-квантованной полупроводниковой пленке (полупроводниковой КЯ)

На рис. 1.3 показано распределение электронных состояний в импульсном пространстве. Объем, ограниченный замкнутой изоэнергетической поверхностью, в случае ТПП разбивается на ряд сечений, соответствующих фиксированным значениям n .

Плоская зона Бриллюэна в общем случае не является просто сечением трехмерной зоны Бриллюэна плоскостью π/L , а определяется двумерной трансляционной симметрией кристаллической структуры пленки. В вырожденном случае, когда уровень Ферми окажется выше дна первой подзоны (см. рис. 1.3), в ее плоскости (x, y) вокруг точки A может быть описан эллипс, внутри которого все состояния заполнены, а вне – свободны.

По мере увеличения концентрации электронов размеры эллипса будут возрастать, так как увеличится число заполненных состояний. Как только энергия Ферми ϵ_F окажется выше дна второй подзоны, будут заполненными все состояния внутри некоторого меньшего эллипса вокруг точки B и т.д. Таким образом, если в вырожденном массивном полупроводнике заполнены все состояния внутри поверхности Ферми, то в размерно-квантованной пленке (полупроводниковой КЯ) заполнены состояния только в эллипсах, получающихся при пересечении поверхности Ферми и плоскостей $|k_z| = \pi \cdot n / L$. Наличие в законе дисперсии (1.6) дискретного квантового числа n приводит к специфической зависимости плотности электронных состояний $g(E)$ от энергии и толщины ТПП. Положим для простоты дальнейших выкладок $m_{x,y}^* = m_1^* = m_2^*$, тогда площадь кольца, заключенная между двумя изоэнергетическими линиями $E(\vec{k}) = \text{const}$ и $E(\vec{k}) + dE(\vec{k}) = \text{const}$ определится как

$$dS_{\kappa} = \hbar^2 \pi (\kappa + d\kappa)^2 - \hbar^2 \pi \kappa^2 \approx 2\pi \hbar^2 \kappa d\kappa, \quad (1.8)$$

здесь $\kappa^2 = \kappa_x^2 + \kappa_y^2$. Учитывая, что площадь элементарной ячейки двумерной зоны Бриллюэна $S_b = 4\pi^2 \hbar^2 / S$ (S – площадь ТПП) для числа dz квантовых состояний в кольце площадью dS_{κ} получим

$$dz = 2 \frac{dS_{\kappa}}{S_b} = 2 \frac{\kappa d\kappa}{2\pi} S. \quad (1.9)$$

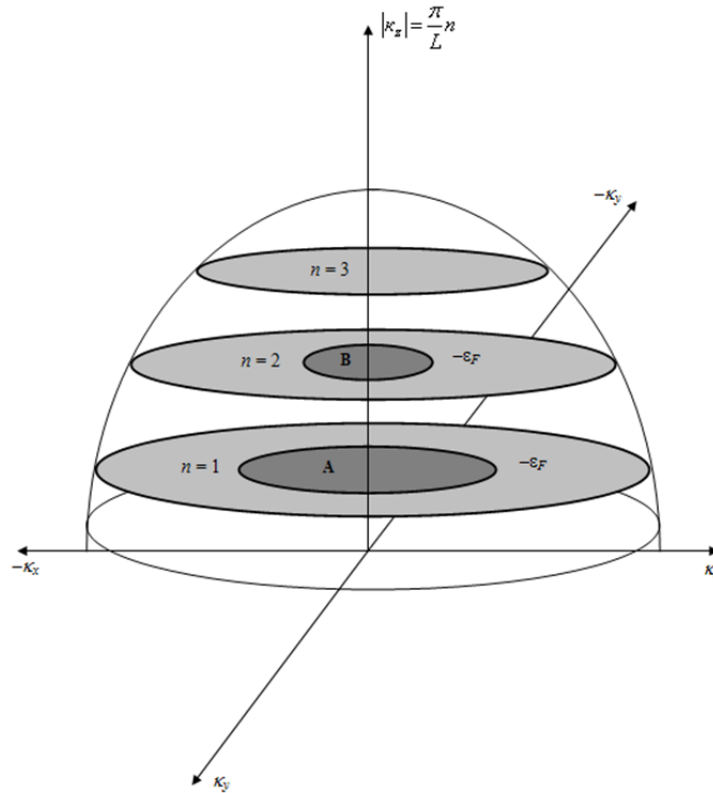


Рис. 1.3. Распределение электронных состояний в импульсном пространстве ТПП

Исходя из закона дисперсии (1.6), найдем

$$\kappa^2 = 2 m_{x,y}^* \frac{[E(\vec{\kappa}) - E_n]}{\hbar^2},$$

тогда

$$dz = \frac{d(\kappa^2)}{2\pi} S = \frac{m_{x,y}^* dE(\vec{\kappa})}{\pi \cdot \hbar^2} S. \quad (1.10)$$

Плотность состояний $g_n(E)$ в одной подзоне на единицу объема ТПП $V=S \cdot L$ будет равна

$$g_n(E) = \frac{dZ}{V dE} = \frac{m_{x,y}^*}{L \pi \hbar^2}. \quad (1.11)$$

Из (1.11) следует, что плотность состояний в подзоне не зависит от энергии и номера подзоны. Весьма важным обстоятельством является зависимость $g_n(E)$ от толщины ТПП: с увеличением толщины функция $g_n(E)$ убывает.

Полная плотность состояний $g(E)$, соответствующая данной энергии, определяется суммированием $g_n(E)$ по всем подзонам, для которых $E_n < E$:

$$g(E) = \sum_{n=1}^{\infty} \theta(E - E_n) g_n(E) = \sum_{n=1}^N g_n(E) = \frac{N m_{x,y}^*}{L \pi \hbar^2}, \quad (1.12)$$

где $\theta(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ единичная функция Хевисайда; $N = [C]$ – целая часть числа $C = \sqrt{E/E_1}$, которая

определяет число доступных для заполнения подзон при заданной энергии E . Зависимость $g(E)$ при данной толщине ТПП представлена на рис. 1.4, из которого видно, что функция плотности состояний имеет ступенчатый вид. При этом скачок в плотности состояний происходит всякий раз, когда энергия совпадает с дном очередной подзоны, т.е. $E = E_n$. В этих точках плотность состояний в пленке совпадает со значением плотности электронных состояний в массивном образце (пунктирная кривая). Отсутствие состояний при $E < E_1$ связано с принципом неопределенности.

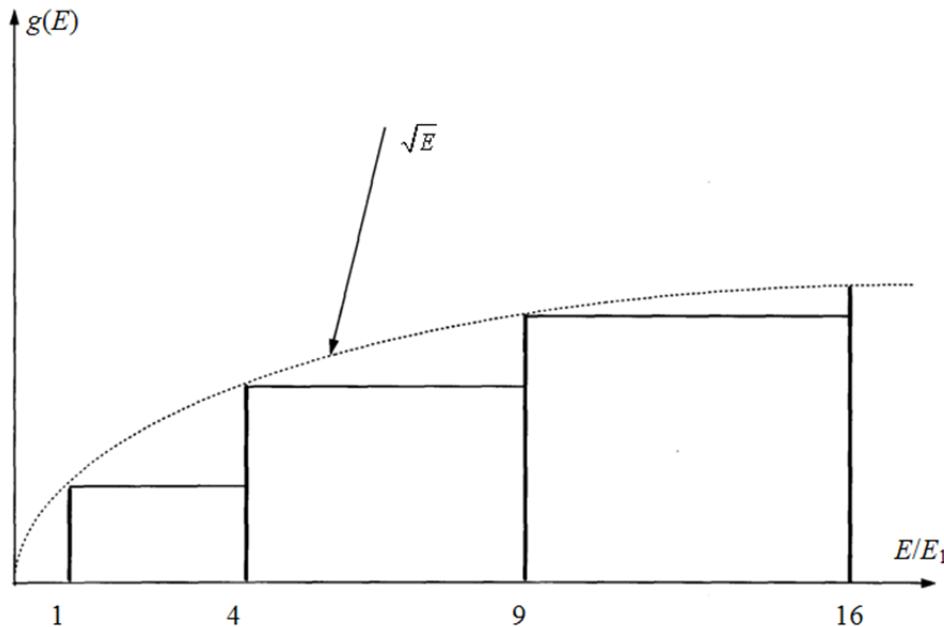


Рис. 1.4. Зависимость плотности электронных состояний от энергии в размерно-квантованной полупроводниковой пленке (полупроводниковой КЯ)

Особый интерес представляет поведение функции $g(L)$ для фиксированной энергии при изменении толщины ТПП L (рис. 1.5), поскольку именно эта зависимость обуславливает осцилляционный характер изменения термодинамических и кинетических характеристик вырожденного Ферми-газа. Как видно из рис. 1.5, с увеличением L плотность состояний на поверхности Ферми уменьшается как $1/L$ до тех пор, пока не изменится на единицу число подзон, расположенных ниже уровня Ферми. Если же при некоторой толщине начинает заполняться новая подзона, то плотность состояний скачкообразно возрастает, что и определяет осцилляционную зависимость $g(L)$ при $E = \epsilon_F$. Осциллирующая зависимость плотности состояний в ТПП от ее толщины должна проявиться в особенностях электрических свойств – осцилляциях подвижности носителей (в случае вырождения) с изменением толщины ТПП. Причиной здесь является осцилляционная зависимость времени релаксации импульса от толщины ТПП. Действительно, время релаксации электрона с плоским импульсом $\hbar \cdot \vec{k}$, находящегося в n -й подзоне, можно представить в виде суммы

$$\frac{1}{\tau_n} = \sum_{n'} \frac{1}{\tau_{nn'}}, \quad (1.13)$$

где $\tau_{nn'}$ – время релаксации, связанное с переходами в n' -подзону, причем максимальное значение n' равно числу заселенных подзон.

В случае вырождения при уменьшении толщины ТПП число слагаемых в (1.13) увеличивается на единицу каждый раз, когда начинает заселяться новая подзона. Это приводит к скачку времени релаксации и подвижности электронов $\mu_n \sim \tau_n$, поскольку матричный элемент перехода $n \rightarrow n'$ является плавной функцией L .

Для определенности рассмотрим полупроводниковую пленку n -типа. Как известно из физики полупроводников, равновесная концентрация электронов в зоне проводимости массивного полупроводника при термодинамическом равновесии определяется формулой [8]

$$n_0 = \int_{E_c}^{\infty} f_0(E)G(E)dE, \quad (1.14)$$

где $f_0(E)$ – вероятность заполнения электроном состояния с энергией E ; $G(E)$ – число состояний в единичном интервале энергии для единичного объема массивного кристалла; E_c – энергия дна зоны проводимости. В случае полупроводниковой пленки (КЯ) формула (1.14) примет вид

$$n_0^{(f)} = \sum_n \int_{E_n^{(c)}}^{\infty} f_0(E)g_n(E)dE, \quad (1.15)$$

где интегрирование ведется по подзоне с номером n , а суммирование производится по всем подзонам; $g_n(E)$ – плотность состояний в подзоне с номером n на единицу объема пленки; $E_n^{(c)}$ – энергия дна подзоны с номером n зоны проводимости.

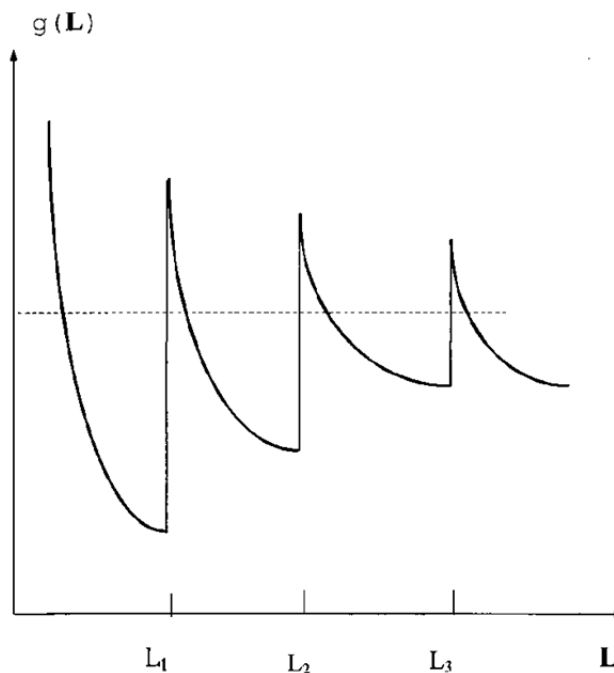


Рис. 1.5. Зависимость плотности электронных состояний на поверхности Ферми от толщины размерно-квантованной полупроводниковой пленки (полупроводниковой КЯ)

В приближении эффективной массы вид функции $g_n(E)$ был определен выше. Теперь необходимо вспомнить, что в условиях теплового равновесия для частиц с полуцелым спином, подчиняющихся принципу Паули, справедлива статистика Ферми – Дирака

$$f_0(E) = \left[\exp\left(\frac{E - \varepsilon_F}{kT}\right) + 1 \right]^{-1}, \quad (1.16)$$

где ε_F – энергия Ферми или электрохимический потенциал (работа, которую необходимо совершить для изменения числа частиц в системе на единицу при условии постоянства объема и температуры).

С учетом (1.11) и (1.16) получим

$$n_0^{(f)} = \frac{m_{x,y}^*}{\pi \hbar^2 L} \sum_n \int_{E_n^{(c)}}^{\infty} \left[\exp\left(\frac{E - \varepsilon_F}{kT}\right) + 1 \right]^{-1} dE. \quad (1.17)$$

Введем безразмерные величины

$$\frac{E - E_n^{(c)}}{kT} = \varepsilon^{(n)}; \quad \frac{\varepsilon_F - E_n^{(c)}}{kT} = \eta^{(n)}. \quad (1.18)$$

Тогда формула (1.17) преобразуется к виду

$$n_0^{(f)} = \frac{m_{xy} kT}{\pi \hbar^2 L} \sum_n \int_0^\infty \left[\exp(\varepsilon^{(n)} - \eta^{(n)}) + 1 \right]^{-1} d\varepsilon^{(n)}. \quad (1.19)$$

Интеграл в (1.19) легко вычисляется путем замены переменной $x = \exp(\varepsilon^{(n)} - \eta^{(n)})$:

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \frac{d\varepsilon^{(n)}}{\exp(\varepsilon^{(n)} - \eta^{(n)}) + 1} &= \int_{\exp(-\eta^{(n)})}^\infty \frac{dx}{x^2 + x} = \int_{\exp(-\eta^{(n)})}^\infty \frac{dx}{\exp(-\eta^{(n)}) \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}} \\ &= \ln \left(\frac{\exp(-\eta^{(n)}) + 1}{\exp(-\eta^{(n)})} \right) = \ln \left(1 + \exp(\eta^{(n)}) \right). \end{aligned} \quad (1.20)$$

Учитывая (1.20), получим

$$n_0^{(f)} = \frac{m_{x,y}^* kT}{\pi \hbar^2 L} \sum_n \ln \left(1 + \exp \left(\frac{\varepsilon_F - E_n^{(c)}}{kT} \right) \right). \quad (1.21)$$

Каждый член суммы в (1.20) представляет количество электронов в подзоне с номером n .

По аналогии с массивным полупроводником множитель перед суммой в (1.19) можно рассматривать как эффективную плотность состояний в зоне проводимости:

$$N_c^{(f)} = \frac{m_{x,y}^* kT}{\pi \hbar^2 L}. \quad (1.22)$$

Необходимо отметить, что эффективная плотность состояний в тонкой полупроводниковой пленке (КЯ) зависит от температуры несколько слабее ($N_c^{(f)} \sim T$) по сравнению с массивным полупроводником, в котором $N_c \sim T^{3/2}$.

В невырожденном донорном полупроводнике уровень Ферми лежит в запрещенной зоне, и носители заряда подчиняются статистике Больцмана:

$$f_0(E) = \exp \left(-\frac{E - \varepsilon_F}{kT} \right). \quad (1.23)$$

Для этого случая равновесная концентрация электронов определится как

$$n_0^{(f)} = \frac{m_{x,y}^* kT}{\pi \hbar^2 L} \sum_n \exp \frac{\varepsilon_F - E_n^{(c)}}{kT}. \quad (1.24)$$

Для нахождения энергии Ферми воспользуемся уравнением нейтральности в случае полупроводника с одним типом однозарядных доноров:

$$n_0^{(f)} = N_D - n_D, \quad (1.25)$$

где N_D – концентрация атомов донорной примеси; n_D – концентрация электронов на уровнях донорной примеси:

$$n_D = N_D \left[1 + g_S^{-1} \exp \left(-\frac{E_D + \varepsilon_F}{kT} \right) \right]^{-1}, \quad (1.26)$$

здесь g_S – фактор спинового вырождения; E_D – энергия ионизации донорного центра.

Будем считать, что выполнен критерий заполнения нижней пленочной подзоны, что позволит в (1.11) ограничиться только первым слагаемым. Тогда подставляя (1.11) и (1.13) в (1.12), получим уравнение нейтральности для этого случая в явном виде

$$N_c^{(f)} \exp \eta^{(1)} = N_D - N_D \left[1 + g_S^{-1} \exp \left(-\frac{E_D + \varepsilon_F}{kT} \right) \right]^{-1}. \quad (1.27)$$

Преобразуем правую часть равенства (1.27):

$$\begin{aligned} N_D - N_D \left[1 + g_S^{-1} \exp \left(-\frac{E_D + \varepsilon_F}{kT} \right) \right]^{-1} &= N_D g_S^{-1} \exp \left(-\frac{E_D + \varepsilon_F}{kT} \right) \times \\ &\times \left[1 + g_S^{-1} \exp \left(-\frac{E_D + \varepsilon_F}{kT} \right) \right]^{-1} = N_D \left[1 + g_S \exp \left(\frac{E_D + \varepsilon_F}{kT} \right) \right]^{-1}. \end{aligned}$$

С учетом этого преобразования формула (1.27) примет вид

$$N_c^{(f)} \exp \eta^{(1)} = N_D \left[1 + g_S \exp \left(\frac{E_D + \varepsilon_F}{kT} \right) \right]^{-1}. \quad (1.28)$$

Рассмотрим область низких температур, при которых в знаменателе правой части (1.28) можно пренебречь единицей. Это имеет место при $\frac{E_D + \varepsilon_F}{kT} \gg 1$. Отсчет энергии будем проводить от дна первой пленочной подзоны E_1 , тогда

$$N_c^{(f)} \exp \eta^{(1)} = N_D g_S^{-1} \exp \left(-\frac{E_D + \varepsilon_F}{kT} \right). \quad (1.29)$$

Прологарифмируем обе части (1.29) по основанию натурального логарифма

$$\eta^{(1)} + \ln \left(\frac{N_c^{(f)}}{N_D} g_S \right) = -\frac{E_D + \varepsilon_F}{kT}. \quad (1.30)$$

Откуда, полагая $E_1^{(c)} = 0$, найдем

$$\varepsilon_F = -\frac{E_D}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_D}{g_S N_c^{(f)}}. \quad (1.31)$$

Учитывая (1.9) и фактор спинового вырождения $g_S = 2$, окончательно получим

$$\varepsilon_F = -\frac{E_D}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{\pi \hbar^2 L N_D}{2 m_{x,y}^* kT}. \quad (1.32)$$

Из (1.32) видно, что при $T = 0$ уровень Ферми располагается точно посередине между дном первой пленочной подзоны $E_1^{(c)}$ и уровнями доноров. Второе слагаемое в (1.32) при $T \rightarrow 0$ обращается в нуль, в чем можно убедиться, используя правило Лопиталя:

$$\lim_{T \rightarrow 0} \left(T \ln \frac{1}{T} \right) = \lim_{T \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(1/T)}{(1/T)} \right) = \lim_{T \rightarrow 0} T = 0.$$

Эта же ситуация имеет место и при $T_1 = \pi \hbar^2 L N_D / (2 m_{x,y}^* k)$. В точке $T_2 = \pi \hbar^2 L N_D / (2 m_{x,y}^* k e)$ (e – основание натурального логарифма) функция $\varepsilon_F(T)$ достигает максимального значения и ее поведение в области низких температур можно представить в виде, изображенном на рис. 1.6.

Отличительной особенностью (1.32) от соответствующей формулы для массивного полупроводника является наличие зависимости положения уровня Ферми от толщины пленки L . Таким образом, из (1.32) видно, что понятие низкой температуры для полупроводниковой пленки существенно зависит от содержания примесей N_D , от их природы (энергия ионизации E_D), толщины L и рода полупроводникового материала (продольная составляющая $m_{x,y}^*$ эффективной массы).

Существование КРЭ в ТПП возможно лишь при выполнении ряда условий. Прежде всего, необходим критерий выбора материала пленки. При заданной температуре ее толщина должна на несколько порядков превышать постоянную кристаллической решетки a_0 . Нетрудно показать, что этому условию удовлетворяют полупроводники с достаточно малой эффективной массой носителей заряда. Действительно, длина волны де-Бройля $\lambda_D \approx \hbar / \sqrt{3m^*kT}$ зависит от эффективной массы носителей m^* и температуры T . Например, для пленки InSb: $m^* = 0,0133m_0$, $a_0 = 0,65$ нм при $T = 100$ К получим $L \approx \lambda_D \approx 120$ нм и $L/a_0 \approx 200$, в то время как для пленки Si: $m^* = 0,92 m_0$, $a_0 = 0,65$ нм при $L \approx 15$ нм и $L/a_0 \approx 30$.

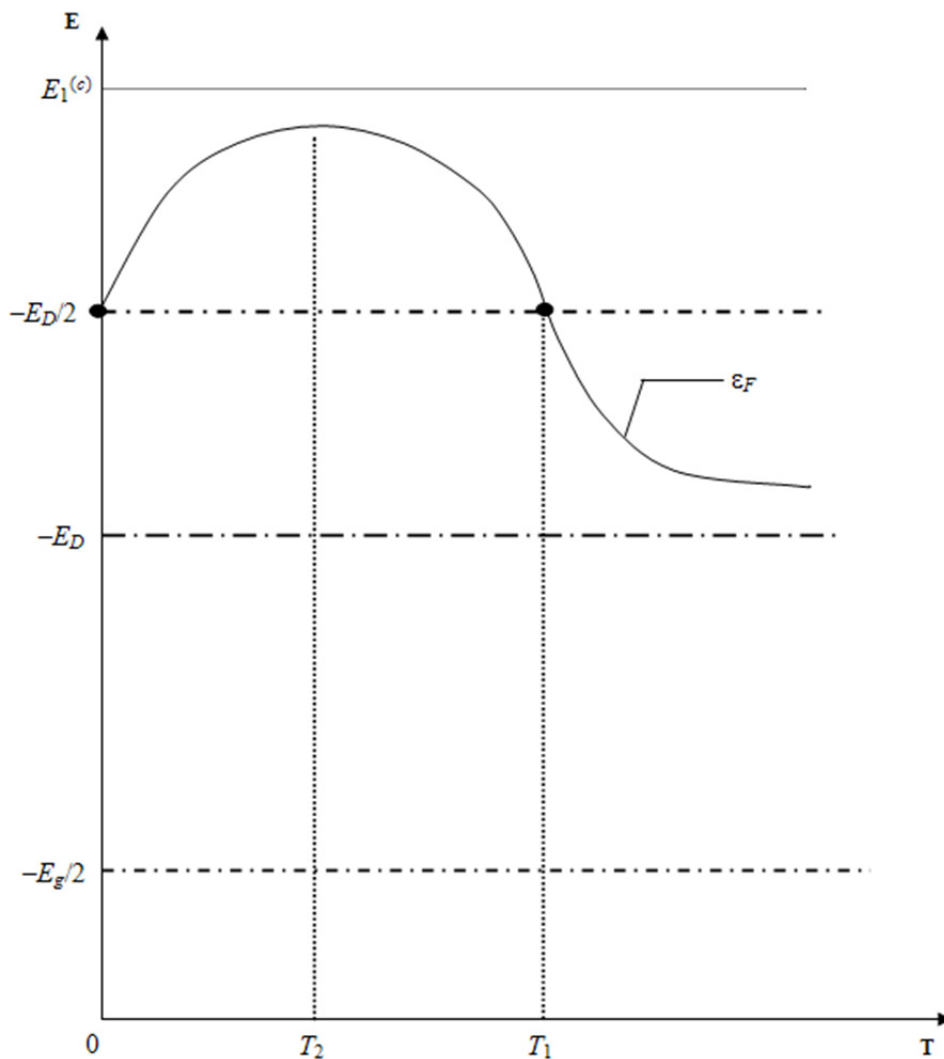


Рис. 1.6. Температурная зависимость уровня Ферми в полупроводниковой пленке (КЯ) n -типа при фиксированной толщине L и без учета зависимости от T ширины запрещенной зоны E_g

Важным условием реализации КРЭ является степень совершенства состава полупроводниковых пленок. Так, например, рассеяние носителей заряда на примесях может приводить к размытию квазидискретного спектра. Пусть τ_n – время релаксации импульса в двумерном газе квазичастиц с учетом всех механизмов рассеяния. Тогда величина размытия $\Delta\epsilon$ определится из соотношения неопределенностей: $\Delta\epsilon \approx \hbar/\tau_n$. Поскольку $\tau_n = m^* \mu_n / q$ (q – заряд квазичастицы), то $\Delta\epsilon \approx q\hbar/m^* \mu_n$. Для проявления квазидискретности необходимо, чтобы расстояние между соседними подзонами превышало величину размытия:

$$E_{n+1} - E_n \gg \frac{q\hbar}{m^* \mu_n}. \quad (1.33)$$

Из (1.33) найдем ограничение на величину подвижности

$$\mu_n \gg \frac{q\hbar}{m^*(E_{n+1} - E_n)}. \quad (1.34)$$

Для оценки μ_n рассмотрим самые нижайшие подзоны E_1 и E_2 в пленке InSb в рамках модели прямоугольной потенциальной ямы с бесконечно высокими стенками: $E_1 - E_2 = 3\hbar^2 p^2 / 2m^* L^2$ и $m_n \gg 8qL^2 / 3\hbar$. Полагая $L = 100$ нм, получим $\mu_n \cong 10^4 \text{ см}^2 \text{ В}^{-1} \text{ с}^{-1}$, т.е. пленки должны быть достаточно чистыми, что, вообще говоря, является довольно жестким критерием. Следующий критерий накладывает ограничение сверху на температуру ТПП. Для того, чтобы температурное размытие подзон было мало, необходимо, чтобы

$$E_{n+1} - E_n > kT. \quad (1.35)$$

В случае пленки InSb условие (1.35) выполняется уже в диапазоне комнатных температур при $L \approx 10$ нм. Наконец, для проявления КРЭ необходимо, чтобы число заселенных подзон было возможно меньшим. В полупроводниковых пленках это требование накладывает ограничение на концентрацию свободных носителей заряда и, соответственно, на уровень легирования. Критерий заполнения только нижайшей подзоны ($n = 1$) следует из требования, чтобы число электронов N_e в пленке было меньше количества квантовых состояний в первой подзоне:

$$N_e < \int_{E_1}^{E_2} dZ. \quad (1.36)$$

Учитывая (1.10), получим

$$N_e < \frac{Sm_1^*}{\hbar^2 \pi} \int_{E_1}^{E_2} dE, \quad (1.37)$$

откуда с учетом (1.6)

$$N_e < \frac{3\pi m_1^* V}{2m_3^* L^3}. \quad (1.38)$$

Поделив обе части (1.38) на объем пленки V , получим ограничение на концентрацию свободных носителей заряда

$$n_e < \frac{3\pi m_1^*}{2m_3^* L^3}. \quad (1.39)$$

Для пленки InSb при $T = 300$ К $n_e \approx 10^{16} \text{ см}^{-3}$ и условие (1.39) выполняется для $L \cong 100$ нм. Таким образом, при концентрациях свободных носителей заряда $\sim 10^{16} \text{ см}^{-3}$, реализуемых в ТПП, заселяются только нижайшие подзоны. Наиболее жестким условием существования квазидискретного спектра является условие (1.33), которое предполагает достаточно высокую степень совершенства структуры и состава ТПП. Для реализации (1.33) требуются сравнительно высокие подвижности. Это требование ограничивает температуру сверху, так как с ростом температуры подвижность падает.

В настоящее время очень трудно представить современную физику полупроводников без структур пониженной размерности, включая сверхрешетки (СР), а также гетероструктуры с квантовыми ямами, нитями и точками. СР принято называть твердотельные структуры, в которых на носители заряда помимо периодического потенциала кристаллической решетки действует дополнительный потенциал, также периодический, но с периодом, значительно превышающим постоянную решетки. Наиболее существенной чертой СР является то, что дополнительный периодический потенциал может быть создан искусственно. При этом его параметры могут меняться в довольно широких пределах. Это позволяет рассматривать СР как вещества с управляемой зонной схемой, причем параметрам этой схемы можно придать значения, не реализуемые ни в одном из известных веществ. Идея создания СР принадлежит Келдышу [10]. Суть его идеи заключается в создании искусственного

периодического потенциала с помощью периодической деформации образца в поле мощной стоячей ультразвуковой волны. В дальнейшем были предложены методы получения СР с помощью стоячей световой волны [11], дифракционной решетки [12], тонкой пленки с периодически изменяющейся толщиной [13]. Однако резкое возрастание интереса к СР произошло в 70-е гг. после выхода работы Есаки и Тсу [14], предложивших создавать СР с помощью периодического чередования различных полупроводниковых нанослоев. Первая искусственная СР была выращена с помощью метода молекулярно-пучковой эпитаксии.

Физические свойства СР определяются их энергетическим спектром, который должен находиться из решения уравнения Шредингера (обзор дан в [15]). Последнее должно содержать как основной потенциал кристаллической решетки $V_0(\vec{r})$, так и дополнительный периодический потенциал $V_{SL}(\vec{r})$. В общем случае получить решение такого уравнения практически невозможно. Однако если учесть, что период V_{SL} значительно превышает постоянную решетки, а его амплитуда, как правило, меньше амплитуды V_0 , то для вычисления энергетического спектра СР можно использовать приближение эффективной массы. Такое приближение оправдано, поскольку влияние потенциала V_{SL} существенно лишь вблизи краев зон, где закон дисперсии можно считать квадратичным. Тогда уравнение Шредингера можно записать в виде

$$-\frac{\hbar^2}{2m_{c(v)}}\nabla^2\Psi(\vec{r})+V_{SL}(\vec{r})\Psi(\vec{r})=E\Psi(\vec{r}), \quad (1.40)$$

где $m_{c(v)}$ – эффективная масса электрона (дырки), которая полагается изотропной. В рамках указанного приближения волновая функция $\Psi(\vec{r})$ имеет блоховский вид, а энергетический спектр носит зонный характер и определяется номером зоны s и волновым вектором \vec{k}_z . Получающиеся зоны представляют собой дальнейшее более мелкое дробление энергетических зон основного кристалла вблизи их краев и поэтому их называют мини-зонами. Волновой вектор \vec{k}_z определяется в пределах первой минизоны Бриллюэна $-\pi/d \leq k \leq \pi/d$, где d – период СР.

Полная волновая функция носителей заряда в СР дается произведением $\Psi(\vec{r})$ на модулированную блоховскую функцию в точке экстремума зоны. Энергетический спектр одномерных СР резко анизотропен:

$$E = \frac{\hbar^2 \kappa_{\perp}^2}{2m_c} + E_s(\kappa_z), \quad (1.41)$$

где $\kappa_{\perp}^2 = \kappa_x^2 + \kappa_y^2$. Из (1.41) видно, что при заданных κ_{\perp} дисперсионная кривая массивного полупроводника разбивается на мини-зоны Бриллюэна $E_s(k_z)$, разделенные мини-щелями при $k_z=0$ и $k_z=\pm\pi/a$. Следует отметить, что качественные особенности этого спектра характерны для любой формы потенциала V_{SL} : спектр $E_s(k_z)$ представляет собой ряд не перекрывающихся между собой мини-зон; при увеличении номера мини-зоны s ее ширина возрастает, а ширина энергетической мини-щели уменьшается. Обычно мини-зоны условно делят на подбарьерные и надбарьерные. К подбарьерным относятся мини-зоны с энергией меньшей, чем максимальное значение V_{SL} . Они образуются из локализованных состояний в минимумах потенциала V_{SL} . Такие мини-зоны имеют малую ширину, которая определяется туннельной прозрачностью барьеров СР и могут быть описаны в приближении сильной связи

$$E_s(k_z) = E_s - \Delta_s \cos(k_z d), \quad (s = 1, 2, 3, \dots, s_0), \quad (1.42)$$

здесь E_s – энергетические уровни в одиночной потенциальной яме; $|\Delta_s|$ – ширина мини-зоны с номером s ; s_0 – число подбарьерных мини-зон. Надбарьерные мини-зоны представляют собой широкие участки с обычным квадратичным спектром, разделенные узкими запрещенными зонами. Следует отметить важную особенность реальных СР. С рассеянием носителей заряда связано появление неопределенности в их энергии ΔE , причем $\Delta E \sim \hbar/\tau$, где τ – время релаксации. Если τ достаточно мало, то мини-зонная структура спектра будет неразличима. Ввиду этого возникает требование к длине свободного пробега l носителей заряда: $l \gg d$, что эквивалентно условию $\hbar/\tau \ll E_{s+1} - E_s$. В рамках последнего условия для подбарьерных мини-зон возможны два случая: 1) классический, когда $\hbar/\tau \ll |\Delta_s|$; 2) квантовый, если $\hbar/\tau > |\Delta_s|$. В квантовом случае мы не имеем права считать, что СР об-

ладает мини-зонным спектром, а должны говорить о системе дискретных уровней, уширенных за счет столкновений. В этом случае теория СР в основном совпадает с теорией размерно-квантованных полупроводниковых систем [16], а основным элементом, составляющим СР, является квантовая яма (КЯ). Так, например, в композиционной СР такая КЯ формируется гетеропереходами между различными полупроводниками. Простейшей КЯ, существующей в СР, является потенциальная яма прямоугольной формы и конечной глубины, характерная для композиционных СР типа I – GaAs – Al_xGa_{1-x}As. Энергетическая структура последней представлена на рис. 1.7 [17]. Как видно из рисунка, композиционная СР типа I представляет собой периодическое чередование нанослоев двух полупроводников толщиной d_I и d_{II} и энергетическими щелями $E_g^{(I)}$ и $E_g^{(II)}$. При таком чередовании возникает периодическая система КЯ для носителей тока (первый полупроводник), которые отделены друг от друга квантовыми барьерами (второй полупроводник). Глубина КЯ для электронов (дырок) определяется разностью между мини-зонами зон проводимости $\Delta_c = E_c^{(I)} - E_c^{(II)}$ (максимумами валентной зоны $\Delta_v = E_v^{(I)} - E_v^{(II)}$) двух полупроводников. Величину потенциала СР V_{SL} в этом случае можно определить как разность энергетических щелей двух полупроводников: $V_{SL} = E_g^{(I)} - E_g^{(II)} = \Delta_c - \Delta_v$. Например, для СР GaAs – Al_{0,3}Ga_{0,7}As оценка дает для $V_{SL} \approx 0,3$ эВ. Для носителей заряда в КЯ характерен квантовый размерный эффект. Роль размерного квантования в СР чрезвычайно велика. Этот эффект определяет эффективную ширину запрещенной зоны $E_g^{эфф}$ для СР. На рис. 1.8,а представлена электронная структура отдельной КЯ в композиционной СР типа I [18].

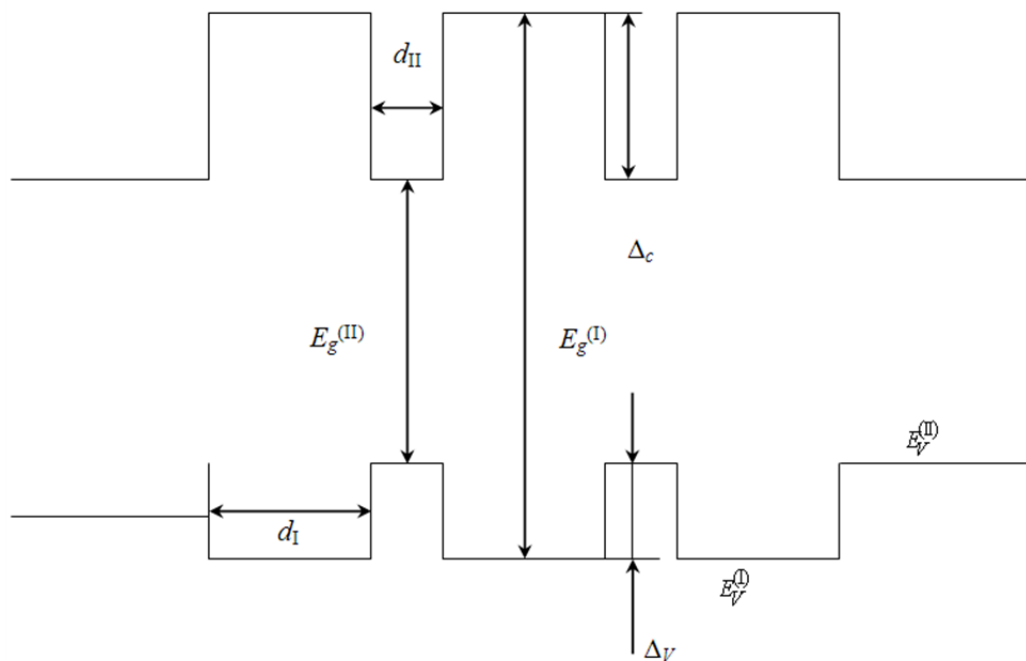


Рис. 1.7. Энергетическая структура композиционных СР I типа [17]:
 I – полупроводник GaAs; II – Al_xGa_{1-x}As

Решение стационарного уравнения Шредингера для одномерной прямоугольной потенциальной ямы конечной глубины хорошо известно. Анализ его показывает, что с уменьшением глубины ямы уменьшается число связанных состояний, но состояние, соответствующее минимальной энергии E_1 частицы в потенциальной яме существует при любой глубине. Таким образом, можно считать, что во всех КЯ для каждого типа носителей заряда существует, по крайней мере, одно связанное состояние, что было подтверждено экспериментально [19]. Это дает возможность использовать приближение эффективной массы для описания свойств частиц в КЯ. Из проведенного рассмотрения следует, что в квантовом случае, когда $\frac{\hbar}{\tau} \ll |\Delta_s|$, СР ведет себя как многократно повторенная КЯ. В этом случае СР называют многоямной квантовой структурой (МКС). Последнюю можно рассматривать как предельный случай СР с бесконечно широкими барьерами.

Основным элементом, составляющим МКС, является одиночная КЯ. По-видимому, термин «квантовая яма» впервые появился в работе Н. Голоныка с сотрудниками [20], где сообщалось о создании лазера на основе гетероструктур в системе Al_xGa_{1-x}As – GaAs. Было показано [20], что исполь-

зование гетероструктур с квантовыми размерными слоями позволяет получать полупроводниковые лазеры, перестраиваемые в широком диапазоне. Реальное преимущество лазеров на КЯ было продемонстрировано в работе В. Т. Цанга [21]. За счет значительного улучшения технологии молекулярно-пучковой эпитаксии роста и создания оптимизированной структуры удалось добиться снижения пороговой плотности тока до 160 А/см^2 . Следует отметить, что эволюция методов выращивания гетероструктур с КЯ дала импульс к развитию новой и более совершенной технологии электронных приборов, интегральных электронных и оптоэлектронных схем.

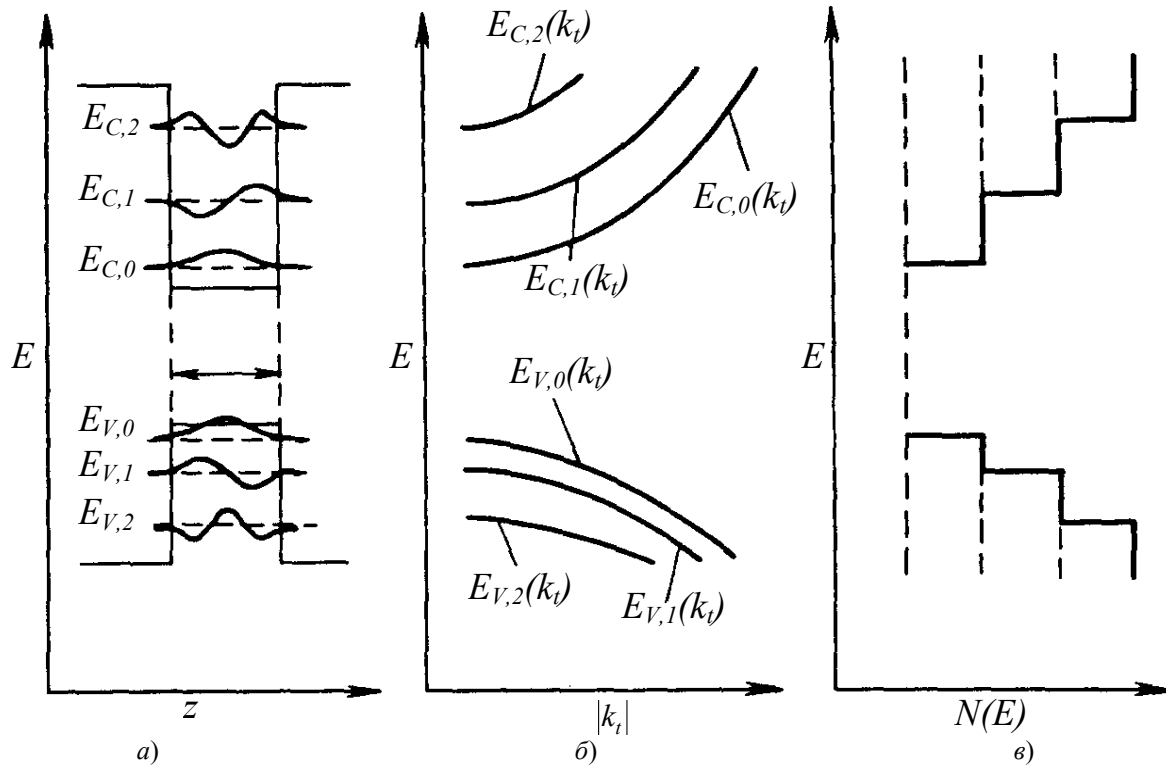


Рис. 1.8. Схематическое изображение электронной структуры одиночной КЯ, образованной тонким слоем $GaAs$ между широкозонными слоями $Al_xGa_{1-x}As$ [18]: a – изображение в координатном пространстве; b – в импульсном пространстве; c – плотность состояний в КЯ; E_{c1} и E_{c2} – энергетические уровни, соответствующие дну зоны проводимости в $GaAs$ и $Al_xGa_{1-x}As$; E_{v1} и E_{v2} – энергетические уровни, соответствующие потолку валентной зоны в $GaAs$ и $Al_xGa_{1-x}As$; L_z – ширина КЯ

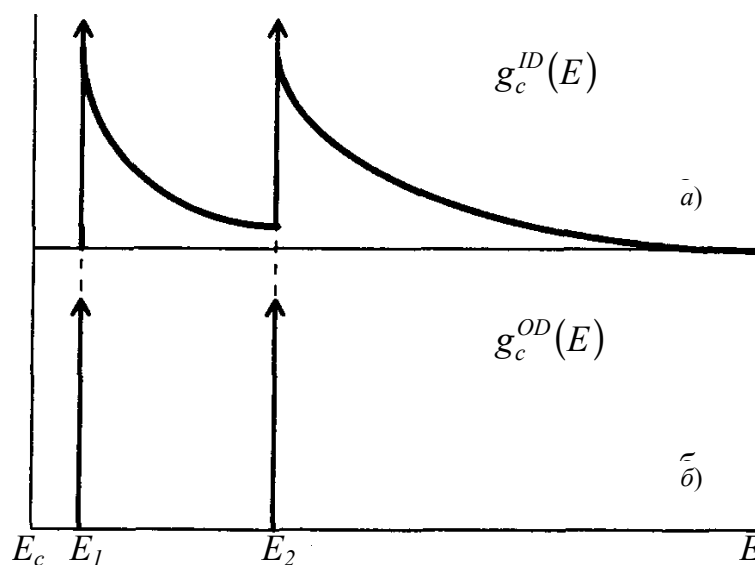


Рис. 1.9. Схематические диаграммы функции плотности состояний для структур с КП (a) и КТ (b)

Наиболее значительные этапы этой эволюции и важные следствия для приборных приложений отражены в известном обзоре Ж. И. Алфорова [22]. Обращает на себя внимание широкий спектр та-

ких приложений [22]: инфракрасные квантовые каскадные лазеры; лазер с КЯ, ограниченной короткопериодной сверхрешеткой; транзисторы с 2D газом; резонансно-туннельные диоды; высокоточные стандарты сопротивлений; приборы на основе эффекта электропоглощения и электрооптические модуляторы; инфракрасные фотодетекторы на основе эффекта поглощения между уровнями размерного квантования. С точки зрения фундаментальных исследований КЯ, наиболее значительным было открытие квантового эффекта Холла [23]. Этот эффект не зависит от особенностей зонной структуры, подвижности и плотности носителей заряда в полупроводнике. Следовательно, гетероструктуры с КЯ могут использоваться для моделирования некоторых фундаментальных физических явлений.

В 80-е гг. прогресс в физике гетероструктур с КЯ и МКС стимулировал исследования полупроводниковых структур еще меньшей размерности – квантовых проволок (КП) и квантовых точек (КТ). В отличие от КЯ, где носители заряда ограничены только в направлении, перпендикулярном слоям, в КП носители заряда ограничены в двух направлениях и свободно перемещаются вдоль оси проволоки. В КТ носители заряда ограничены во всех трех направлениях и обладают полностью дискретным спектром. На рис. 1.9 показаны схематические диаграммы функции плотности состояний для КП и КТ. Видно, что в случае КП для функции плотности состояний характерны острые максимумы, а в случае КТ – δ -образная функция плотности состояний. К настоящему времени имеется значительное число как теоретических, так и экспериментальных работ (обзор дан в [22]), в которых исследовались транспортные и емкостные свойства КП; изучалось вертикальное и поперечное туннелирование в структурах с КП и КТ. В лазерных структурах с КП были выполнены измерения фотолюминесценции в дальней инфракрасной области спектра, изучены рамановские спектры, проведены измерения оптического усиления и исследования особенностей оптических свойств [22]. Первые полупроводниковые КТ-микроструктуры соединений $A^{\text{II}}B^{\text{VI}}$, сформированные в стеклянной матрице, были реализованы А. И. Екимовым и А. А. Онущенко [24]. Эта работа инициировала теоретические исследования КТ, начатые Ал. И. Эфросом и А. И. Эфросом [25]. Позднее появились более интересные возможности создания трехмерных КТ, когерентных с окружающей их полупроводниковой матрицей [26]. В этом направлении наиболее перспективным методом формирования упорядоченных массивов КТ является метод, использующий явление самоорганизации на кристаллических поверхностях [22]. Одним из механизмов формирования упорядоченных наноструктур является фасетирование, в котором плоская кристаллическая поверхность перестраивается в периодическую структуру «холмов и долин» для уменьшения свободной энергии на поверхности [27, 28]. Последующий гетероэпитаксиальный рост на фасетированных поверхностях при оптимизированных условиях роста может приводить к формированию гофрированных СР [29, 30]. К другому классу самоорганизованных структур, подходящих для изготовления КТ, относят упорядоченные массивы сильно напряженных «островков» монослойной высоты, спонтанно образующихся в процессе субмонослойного осаждения одного материала на другой, сильно рассогласованной с ним по параметру кристаллической решетки [31, 32]. Значительное внимание привлекают лазеры на КТ [22]. Здесь была продемонстрирована сверхвысокая температурная стабильность, причем вплоть до 220 К пороговая плотность тока составляла $\approx 50 \text{ А/см}^2$ и практически не зависела от температуры [33]. Как отмечалось в обзоре Ж. И. Алферова [22], структуры с КТ пока еще очень «молоды». Однако уже сейчас можно ожидать, что упорядоченные равновесные массивы КТ могут использоваться во многих устройствах: лазерах, оптических модуляторах, детекторах и эмиттерах в дальней инфракрасной области. Резонансное туннелирование через полупроводниковые КТ, внедренные в более широкозонные слои, может приводить к значительному улучшению характеристик приборов [22].

В последние годы проблеме электронного транспорта в туннельно-связанных наноструктурах уделяется значительное внимание исследователей. Актуальной также является проблема управляемости параметрами наноструктур и мезоскопических систем с учетом их нелинейных свойств. Научный и практический интерес к туннельным процессам обусловлен прежде всего необычайно сильной чувствительностью вероятности туннелирования к электронному энергетическому спектру, потенциалу конфинмента системы, параметрам внешнего поля и среды-термостата. Именно последнее обстоятельство дает дополнительную «степень свободы» для возможного управления свойствами туннельно-связанных наноструктур.

Список литературы

1. Лифшиц И. М., Косевич А. М. // Доклады Академии Наук СССР. – 1953. – Т. 91. – С. 795.
2. Лифшиц, И. М. Об осцилляциях термодинамических величин для вырожденного Ферми-газа при низких температурах / И. М. Лившиц, А. М. Косевич // Изв. АН СССР. Сер.: Физика. – 1955. – Т. 19. – С. 395.
3. Lifshitz, I. M. Theory of magnetic susceptibility in Metals by low temperature / I. M. Lifshitz, A. M. Kosevich // Soviet physics JETP. – 1965. – № 29. – P. 730.

4. Алферов, Ж. И. История и будущее полупроводниковых гетероструктур / Ж. И. Алферов // Физика и техника полупроводников. – 1998. – Т. 32, № 1. – С. 3.
5. Полупроводниковые пленки для микроэлектроники / под ред. Л. Н. Александрова, В. И. Петросяна. – Новосибирск, 1977.
6. Снитко, О. В. Проблемы физики поверхности полупроводников / О. В. Снитко, А. В. Саченко, В. Е. Примаченко и др. ; под общ. ред. О. В. Снитко. – Киев : Наук. думка, 1981.
7. Давыдов, А. С. Квантовая механика / А. С. Давыдов. – М. : Наука, 1973.
8. Шалимова, К. В. Физика полупроводников / К. В. Шалимова. – М. : Энергоатомиздат, 1985.
9. Флюгге, З. Задачи по квантовой механике / З. Флюгге. – М. : Мир, 1974. – Том 1.
10. Келдыш, Л. В. О влиянии ультразвука на электронный спектр кристалла / Л. В. Келдыш // Физика твердого тела. – 1962. – Т. 4. – С. 2265.
11. Кастальский, А. А. Новые оптические и электрические эффекты в стоячей световой волне / А. А. Кастальский // Письма ЖЭТФ. – 1969. – Т. 10. – С. 328.
12. Кастальский, А. А. О новой возможности получения периодической подрешетки в твердых телах / А. А. Кастальский, А. Х. Хусаинов // Физика и техника полупроводников. – 1970. – Т. 4. – С. 1198.
13. Волков, В. А. Квантовый эффект в тонких пленках переменной толщины / В. А. Волков, Т. Н. Пинскер // Физика твердого тела. – 1971. – Т. 13. – С. 1360.
14. Esaki, L. Superlattice and negative differential conductivity in semiconductors / L. Esaki, R. Tsu // IBM J. Res. Dev. – 1970. – Vol. 14. – P. 61.
15. Шик, А. Я. Сверхрешетки – периодические полупроводниковые структуры / А. Я. Шик // Физика и техника полупроводников. – 1974. – Т. 8, № 10. – С. 1841.
16. Тавгер, Б. А. Квантовые размерные эффекты в полупроводниковых и полуметаллических пленках / Б. А. Тавгер, В. Я. Демиховский // Успехи физических наук. – 1968. – Т. 96, № 1. – С. 61.
17. Силин, А. П. Полупроводниковые сверхрешетки / А. П. Силин // Успехи физических наук. – 1985. – Т. 147, № 3. – С. 485.
18. Херман, М. Полупроводниковые сверхрешетки / М. Херман. – М. : Мир, 1982. – 427 с.
19. Dingle, R. Confined carrier quantum states in ultrathin semiconductor structures / R. Dingle // Festkörper Probleme XV, Advances in Solid State Physics / ed. H. J. Queisser. – Braunschweig : Pergamon-Vieweg, 1975. – Vol. 15. – P. 21.
20. Room-temperature laser operation of quantum-well $\text{Ga}_{(1-x)}\text{Al}_x\text{As-GaAs}$ laser diodes grown by metalorganic chemical vapor deposition / R. D. Dupuis, P. D. Dapkus, N. (Jr.) Holonyak, E. A. Rezek, R. Chin // Appl. Phys. Lett. – 1978. – Vol. 32. – P. 295.
21. Tsang, W. T. Extremely of threshold $(\text{AlGa})\text{As}$ graded-index waveguide separate-confinement heterostructure lasers grown by molecular beam epitaxy / W. T. Tsang // Appl. Phys. Lett. – 1982. – Vol. 40. – P. 217.
22. Алферов, Ж. И. История и будущее полупроводниковых гетероструктур / Ж. И. Алферов // Физика и техника полупроводников. – 1998. – Т. 32, № 1. – С. 3.
23. Klitzing, K. V. New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized Hall resistance / K. V. Klitzing, G. Dorda, M. Pepper // Phys. Rev. Lett. – 1980. – Vol. 45. – P. 494.
24. Екимов, А. И. Квантовый размерный эффект в оптических спектрах полупроводниковых микрокристаллов / А. И. Екимов, А. А. Онущенко // Физика и техника полупроводников. – 1982. – Т. 16, № 7. – С. 1215.
25. Эфрос, Ал. Л. Межзонное поглощение света в полупроводниковом шаре / Ал. Л. Эфрос, А. Л. Эфрос // Физика и техника полупроводников. – 1982. – Т. 16, № 7. – С. 1209.
26. Growth by molecular beam epitaxy and characterization of InAs/GaAs strained-layer superlattices / L. Goldstein, F. Glas, J. Y. Marzin, M. N. Charasse, G. Le. Roux // Appl. Phys. Lett. – 1985. – Vol. 47. – P. 1099.
27. Андреев, А. Ф. Faceting phase transitions of crystals / А. Ф. Андреев // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1981. – Т. 80. – С. 2042.
28. Марченко, В. И. Theory of the equilibrium shape of crystals/ В. И. Марченко // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1981. – Т. 81. – С. 1141.
29. Direct synthesis of corrugated superlattices on non-(100)-oriented surfaces / R. Nötzel, N. N. Ledentsov, L. Däweritz, M. Hohenstein, K. Ploog // Phys. Rev. Lett. – 1991. – Vol. 67. – P. 3812.
30. Shchukin, V. A. Theory of quantum-wire formation on corrugated surfaces / V. A. Shchukin, A. I. Borovkov, N. N. Ledentsov, P. S. Kor`ev // Phys. Rev. B. – 1995. – Vol. 51, № 24. – P. 17767.
31. Monolayer thickness control of $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As/GaAs}$ quantum wells grown by metalorganic molecular beam epitaxy / P. D. Wang, N. N. Ledentsov, C. M. Sotomayor Torres, N. N. Ledentsov, V. M. Ustinov // Appl. Phys. Lett. – 1994. – Vol. 64, № 12. – P. 1526.
32. Initial stages of InAs epitaxy on vicinal $\text{GaAs}(001)-(2\times 4)$ / V. Bressler-Hill, A. Lozke, S. Varma, P. M. Petroff, K. Pond, W. H. Weinberg // Phys. Rev. B. – 1994. – Vol. 50, № 12. – P. 8479.
33. Введение в современную мезоскопию / В. Д. Кревчик, А. А. Овчинников, Ю. И. Дахновский, В. Ч. Жуковский, М. Б. Семенов, А. И. Тернов, А. К. Арынгазин. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2003. – 572 с.
34. Управляемое диссипативное туннелирование. Туннельный транспорт в низкоразмерных системах : моногр. / В. Д. Кревчик, Э. Дж. Леггет, Ю. Н. Овчинников, М. Б. Семенов, П. В. Кревчик и др.; под ред. Э. Дж. Леггета. – М. : Физматлит, 2011. – 496 с.

35. Луцкий, В. И. Квантовый размерный эффект в тонких слоях висмута / В. И. Луцкий // Материалы шестой зимней школы по теории ядра и физики высоких энергий. – Л., 1971. – Ч. III (секция физики полупроводников). – С. 290–331.

Кревчик, В. Д.

Квантовый размерный эффект и квантовое туннелирование с диссипацией как основа представлений современной наноэлектроники. Часть I. Классические и квантовые размерные эффекты / В. Д. Кревчик // *Инжиниринг и технологии. – 2016. – Vol. 1(1).* – DOI 10.21685/2587-7704-2016-1-1-1